~ CURS 4 ~

2.5. Legea transformărilor energetice în procesul de conducție

A. Forma generală locală

Enunț: Densitatea de volum a puterii cedate de câmpul electromagnetic unui conductor în stare electrocinetică este egală cu produsul scalar dintre intensitatea câmpului electric și densitatea curentului electric de conducție:

$$p_J = \overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{J}}$$

OBS: Densitatea de volum a puterii se calculează ca limita raportului dintre puterea ΔP dezvoltată într-un domeniu dat, de volum Δv, și volumul respectiv, atunci când acesta tinde către zero:

$$p = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta v} = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}v}$$

Pentru regimul static ($\overline{\mathbf{J}} = 0$) se observă că în conductoare nu se produc niciun fel de transformări energetice, ceea ce reprezintă una dintre caracteristicile acestui regim.

În forma generală putem înlocui intensitatea câmpului electric, conform legii conducției electrice:

$$\overline{\mathbf{E}} + \overline{\mathbf{E}}_i = \rho \overline{\mathbf{J}} \Rightarrow \overline{\mathbf{E}} = \rho \overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{E}}_i$$

rezultând
$$p_J = \rho J^2 - \overline{\mathbf{E}}_i \overline{\mathbf{J}} = p_{ec} - p_g$$

unde $p_{ec} = \rho J^2 > 0$, reprezintă densitatea de volum de putere *cedată* local de câmpul electromagnetic conductoarelor și transformată în mod ireversibil în căldură (efect electrocaloric, efect Joule-Lenz), iar $p_g = \overline{\mathbf{E}}_i \cdot \overline{\mathbf{J}}$ reprezintă densitatea de volum a puterii *schimbată* de câmpul electromagnetic cu sursele de câmp electric imprimat, ea simbolizează transformările reversibile ale energiei.

B. Forma integrală a legii pentru conductoare filiforme

Integrând expresia finală a legii pe volumul unui conductor filiform și exprimând elementul de volum sub forma $dv = A\overline{\mathbf{n}}\,\overline{\mathbf{dl}}$, rezultă puterea totală primită de conductor din partea câmpului:

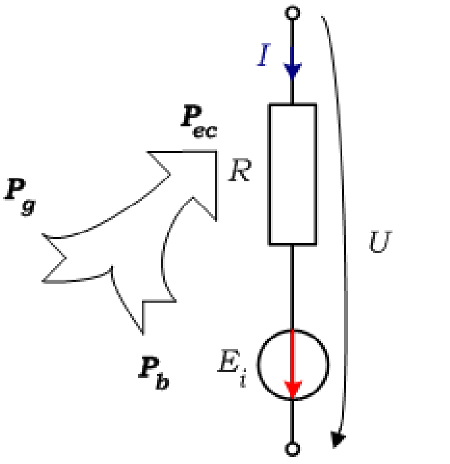
$$P_J = \int_{v_\Sigma} p_J \, dv = \int_{v_\Sigma} \left(\overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{J}}\right)\left(A\, \overline{\mathbf{n}}\, \overline{\mathbf{dl}}\right) = \int_{(C)} \left(\overline{\mathbf{E}}\overline{\mathbf{dl}}\right) \int_S \left(\overline{\mathbf{J}}\, \overline{\mathbf{n}}\, A\right) = u_b \cdot i$$

Folosind forma integrală a legii conducției electrice ($e_i + u_b = Ri \Rightarrow u_b = Ri - e_i$), obținem:

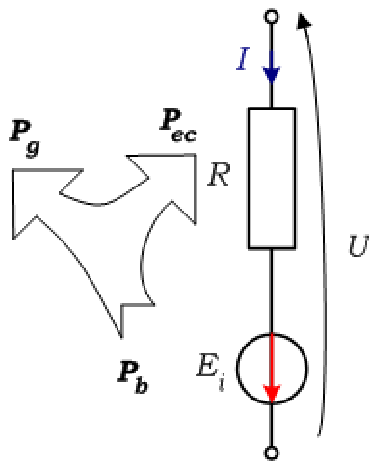
$$P_J = Ri^2 - ie_i = P_{ec} - P_g$$

unde $P_{ec} = Ri^2 > 0$, reprezintă puterea totală *cedată* de câmpul electromagnetic conductorului și transformată ireversibil în căldură, iar $P_g = e_i \cdot i$ reprezintă puterea *schimbată* prin transformări energetice reversibile de câmpul electromagnetic cu sursele de câmp imprimat.

$$U + E = R \cdot I \qquad P_b + P_g = P_{ec}$$



$$E = R \cdot I + U \qquad P_g = P_{ec} + P_b$$



2.6. Materiale conductoare și semiconductoare

Cu ajutorul formei locale a legii conducției electrice dată de relația de definiție putem defini cazurile limită și clasifica materialele din punctul de vedere al fenomenului de conducție electrică. Deoarece intensitățile câmpului electric E și a câmpului electric imprimat E_i nu pot avea decât valori finite, dacă rezistivitatea electrică a unui material tinde spre infinit, $\rho \to \infty$, rezultă că densitatea curentului electric de conducție este nulă $J = 0$, deci nu există stare de conducție în prezența câmpului electric în material. Acest material este definit ca izolatorul perfect, concept utilizat curent în modelarea unor circuite electrice, dispozitive electromagnetice sau fenomene fizice (în practică materialele caracterizate $\rho \in \left[10^9;10^{17}\right]\ \Omega \cdot \mathrm{m}$ fac parte din această clasă).

Dacă rezistivitatea materialului este nulă $\rho = 0$, atunci densitatea curentului electric de conducție $J \to \infty$, iar starea de conducție poate fi determinată de valori oricât de mici ale câmpului electric sau câmpului electric imprimat. Acest caz limită definește materialul numit conductor perfect, concept utilizat curent în modelarea unor circuite electrice (conductoarele de legătură între elementele de circuit). În practică, materialele care au rezistivitatea electrică aflată în intervalul $10^{-9} - 10^{-6}$ [Ω·m] se numesc materiale conductoare. Materialele ale căror valori ale rezistivității sunt cuprinse în intervalul $10^{-8} - 10^{5}$ [Ω·m] fac parte din categoria materialelor semiconductoare.

Materialele conductoare utilizate în electrotehnică sunt de o foarte mare diversitate, dar se pot clasifica în câteva categorii:

- metale și aliaje de mare conductivitate,
- materiale rezistive,
- materiale pentru contacte electrice,
- materiale pentru electrozi în cuptoare electrice și cuve electrolitice.

Alegerea materialelor conductoare pentru marea diversitate de utilizări se face în funcție de o serie de cerințe. Principalele proprietăți fizice care au o importanță majoră asupra funcționalității unui material sunt cele electrice, fizico-mecanice, termice, respectiv chimice.

Principala proprietate electrică a materialelor conductoare este conductivitatea σ [S/m] (sau rezistivitatea ρ [Ω·m]). Aceasta este dependentă de coeficientul de temperatură al rezistivității care este, de regulă, pozitiv la metale și aliaje.

În aplicațiile electrotehnice alegerea materialelor nu se poate face fără a se ține seama de proprietățile termice ale acestora, precum: conductivitatea termică, căldura masică specifică, temperatura de topire și temperatura de vaporizare etc. Pe lângă aceasta, extrem de importante sunt proprietățile chimice ale materialelor conductoare. Orice element simplu sau aliat poate fi afectat chiar de aer sau de umezeala din aer. Impactul chimic sau electrochimic prin agenți nemetalici (numit coroziune) produce pagube însemnate dispozitivelor cu materialele conductoare neprotejate.

Metalele și aliajele de mare conductivitate au utilizare extrem de diversă. Pe lângă criteriul tehnic al unei bune conductivități electrice, materialele din industria electrotehnică trebuie să îndeplinească cerințe de ordin economic, legate de accesibilitate și preț de cost. Spre exemplu, cel mai bun conductor este argintul, acesta nu poate fi folosit în cantități mari, pentru conductoarele din sistemul energetic, deoarece este foarte scump și se găsește în cantități mici. De asemenea, aurul este mai bun conductor decât aluminiul, dar nu poate fi folosit în locul acestuia.

Conductoarele de tip cablu subteran, din energetică, sunt cuprul rafinat electrolitic (soluția mai scumpă) sau aluminiul electrolitic (soluția mai ieftină. În aplicațiile unde sunt necesare calități mecanice sau anticorozive mai bune, sunt folosite cuprul sau aluminiul slab aliate cu procente mai mici de 2% din diferite elemente. Astfel se utilizează cupru slab aliat cu cadmiu, crom, zirconiu, beriliu etc.

Aliaje ale aluminiului cu magneziu, siliciu sau fier în procente foarte mici, care conduc la o micșorare nesemnificativă a conductivității, dar măresc rezistența la coroziune și îmbunătățesc proprietățile mecanice și tehnologice sunt folosite pentru conductoare ale liniilor aeriene sau înfășurările transformatoarelor. Pentru componente bune conductoare, dar cu calități mecanice și tehnologice deosebite se utilizează aliajele de tipul alamei (cupru aliat cu <50% zinc și cantități foarte mici de siliciu, aluminiu, staniu, plumb, fier, mangan, nichel etc.) sau bronzului (cupru aliat cu staniu sau cupru-aluminiu, cupru-siliciu, cupru-mangan, cupru-beriliu, cupru-crom etc.).

3. Condensatorul electric

3.1. Definiții. Clasificări

Condensatorul este un dispozitiv electric alcătuit din două conductoare omogene numite *armături* încărcate cu sarcini electrice egale în valoare absolută, dar de semne diferite $+q$, $-q$, între care este dispus un dielectric liniar și izotrop, neîncărcat electric și nepolarizat electric permanent ($\rho_v = 0$, $P_p = 0$). Condensatorul electric este caracterizat de parametrul numit *capacitate electrică*.

Prin definiție, capacitatea electrică $\boldsymbol{C}$ este egală cu raportul, întotdeauna pozitiv, dintre sarcina electrică a unei armături și diferența de potențial electric dintre această armătură și cealaltă. Astfel dacă o armătură are sarcina $q_1 = q$ și potențialul V_1, iar cealaltă armătură sarcina $q_2 = -q$ și potențialul V_2:

$$C = \frac{q_1}{V_1 - V_2} = \frac{q_1}{u_{12}} = \frac{q_2}{V_2 - V_1} = \frac{q_2}{u_{21}}$$

sau mai general: $$C = \frac{q}{u}$$

Capacitatea electrică nu depinde de sarcina electrică și nici de tensiunea electrică ci numai de geometria condensatorului și de permitivitatea electrică a dielectricului, dacă materialul dielectric este liniar (*teorema capacității*). Unitatea de măsură a capacității electrice este faradul [*F*]. În sistemul internațional de unități (*SI*) un farad este capacitatea unui condensator care la tensiunea de 1 V se încarcă cu sarcina de 1 C. Deoarece faradul este o capacitate foarte mare, se utilizează submultiplii acestuia: *mF*, *μF*, *nF*, *pF*.

Se numește *elastanță electrică* și se notează cu *S* raportul dintre tensiunea electrică și sarcina cu care este încărcat un condensator. Rezultă că elastanța este mărimea inversă capacității, se măsoară în farazi la puterea minus unu și are expresia:

$$S = \frac{1}{C}$$

Condensatoarele se pot clasifica după diferite criterii, dintre care cele mai importante sunt:

a. după forma armăturilor: condensatoare plane, cilindrice, sferice etc.;

b. după posibilitatea de variere a capacității condensatorului:

- ♦ condensatoare fixe – a căror capacitate este constantă (*a*);
- ♦ condensatoare variabile – la care chiar în timpul funcționării se poate realiza o variație larga (1 – 10) a capacității prin schimbarea poziției relative a armăturilor (*b*, *c*).
- ♦ condensatoare ajustabile (trimere) – a căror capacitate poate fi variată numai între limite foarte apropiate (*d*).

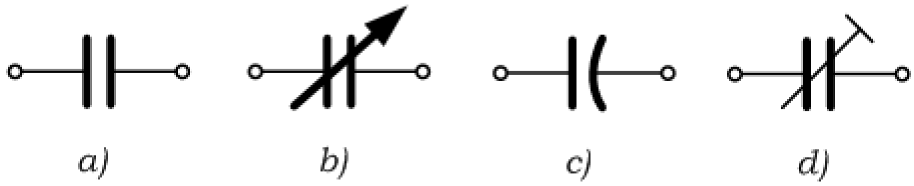


Fig. 3.1. Reprezentarea condensatoarelor.

c. după natura dielectricului: condensatoare cu vid, aer, ulei, hârtie impregnată, mică, mase ceramice etc.;

d. după utilizare, criteriu important, în funcție de care se disting:

- ♦ condensatoare utilizate în instalații energetice: pentru acumularea de sarcină electrică, pentru îmbunătățirea factorului de putere, pentru deparazitare (împiedicând perturbarea radiorecepțiilor de către oscilațiile de înaltă frecvență din rețele), la instalațiile de aprindere a motoarelor cu explozie, în construcția divizoarelor capacitive de tensiune etc.;
- ♦ condensatoare utilizate în telecomunicații: pentru realizarea acordurilor în circuitele rezonante, pentru cuplajul etajelor succesive ale montajelor electronice, pentru decupajul rezistențelor ce trebuie scurtcircuitate în curent alternativ etc.

3.2. Calcul de capacități electrice

P1. Calculul capacității condensatorului sferic.

Rezolvare:

Se consideră două armături sferice, concentrice, încărcate cu sarcinile q și $-q$. Între cele două armături există un dielectric omogen și izotrop, de permitivitate relativă ε_r, ce ocupă întreg spațiul dintre cele două armături. Câmpul electric dintre armături este simetric cu liniile de câmp radiale, orientate de la armătura interioară încărcată cu sarcină electrică pozitivă către cea încărcată cu sarcină negativă.

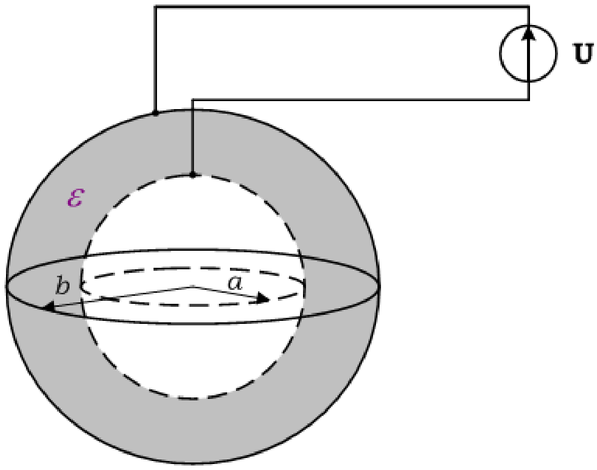


Fig. 3.2. Condensatorul sferic.

Calculul pornește de la legea fluxului electric (teorema lui Gauss):

$$\Psi_\Sigma = q_{V_\Sigma}$$

Alegem suprafața Σ o sferă de rază r, care, pentru a oferi un flux electric nenul trebuie să cuprindă armătura interioară:

$$\Psi_\Sigma = \oint_\Sigma \overline{\mathbf{D}} \cdot \overline{\mathbf{n}} \cdot dA = \oint_\Sigma D \cdot dA = D\oint_\Sigma dA = D \cdot 4\pi r^2$$

Totodată, sarcina electrică din interiorul acestei suprafețe Σ este sarcina armăturii caracterizate de o distribuție superficială:

$$q_{V_\Sigma} = \rho_S \cdot 4\pi a^2$$

Rezultă așadar: $$D \cdot 4\pi r^2 = \rho_S \cdot 4\pi a^2 \;\Rightarrow\; D = \frac{\rho_S \cdot a^2}{r^2} \;\Rightarrow\; E = \frac{\rho_S \cdot a^2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot r^2}$$

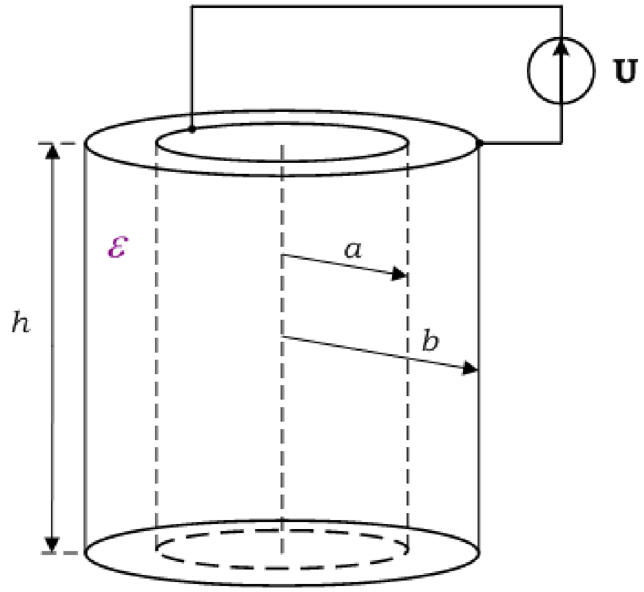
Tensiunea la bornele condensatorului este:

$$U = \int_a^b \overline{\mathbf{E}}\overline{\mathbf{dl}} = \int_a^b \frac{\rho_S \cdot a^2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot r^2} dr = \frac{\rho_S \cdot a^2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho_S \cdot a^2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\rho_S \cdot 4\pi a^2}{\frac{\rho_S \cdot a^2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} \;\Rightarrow\; \boxed{C = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}}$$

P2. Calculul capacității condensatorului cilindric.

Rezolvare:



Se consideră două armături cilindrice, concentrice, de lungime h încărcate cu sarcinile electrice q și $-q$. Între cele două armături există un dielectric omogen și izotrop, de permitivitate relativă ε_r, de formă coajă cilindrică având razele a, respectiv b. Distanța dintre armături fiind mică în raport cu dimensiunile armăturilor și neglijând curbura liniilor de câmp (fenomen numit *efect de capăt*) la marginile armăturilor, se poate considera câmpul electric dintre armături ca fiind simetric cu liniile de câmp radiale, orientate de la armătura interioară încărcată cu sarcină electrică pozitivă către armătura încărcată cu sarcină negativă.

Fig. 3.3. Condensatorul cilindric.

Calculul pornește de la legea fluxului electric (teorema lui Gauss):

$$\Psi_\Sigma = q_{V_\Sigma}$$

Alegem suprafața Σ un cilindru de rază r și înălțime h, care, pentru a oferi un flux electric nenul, trebuie să cuprindă armătura interioară. Din punct de vedere geometric, suprafața Σ se descompune în suprafața laterală S_l ($\overline{\mathbf{D}} \parallel \overline{\mathbf{n}}$) și cele două suprafețe circulare, S_c ($\overline{\mathbf{D}} \perp \overline{\mathbf{n}}$).

$$\Psi_\Sigma = \oint_\Sigma \overline{\mathbf{D}} \cdot \overline{\mathbf{n}} \cdot dA = \int_{S_l} \overline{\mathbf{D}} \cdot \overline{\mathbf{n}} \cdot dA + 2\int_{S_c} \overline{\mathbf{D}} \cdot \overline{\mathbf{n}} \cdot dA = D\int_{S_l} dA = D \cdot 2\pi r h$$

Totodată, sarcina electrică din interiorul acestei suprafețe Σ este sarcina armăturii caracterizate de o distribuție superficială:

$$q_{V_\Sigma} = \rho_S \cdot 2\pi a h$$

Rezultă așadar: $D \cdot 2\pi r h = \rho_S \cdot 2\pi a h \;\Rightarrow\; D = \dfrac{\rho_S \cdot a}{r} \;\Rightarrow\; E = \dfrac{\rho_S \cdot a}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot r}$

Tensiunea la bornele condensatorului este:

$$U = \int_a^b \overline{\mathbf{E}}\overline{\mathbf{dl}} = \int_a^b \frac{\rho_S \cdot a}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot r} dr = \frac{\rho_S \cdot a}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho_S \cdot a}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\rho_S \cdot 2\pi a h}{\dfrac{\rho_S \cdot a}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \ln \dfrac{b}{a}} \;\Rightarrow\; \boxed{C = \frac{2\pi h \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \dfrac{b}{a}}}$$